UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA

ESERCITAZIONE CORSO DI ANALISI MATEMATICA I

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA

ESERCITATORE: DANIELE PASQUAZI

pasquazi@mat.uniroma2.it

4 dicembre 2025

1. Determinare lo sviluppo di Taylor, di ordine n e centro x_0 indicati, delle seguenti funzioni.

1.a $\log(1+x),\ x_0 = 0$ n = 3

1.b $cosx - e^{-x^2/2},\ x_0 = 0$ n = 6

1.c $arcsen(x),\ x_0 = 0$ n = 3

1.d $\log\left(\frac{2x+1}{3}\right) - \log\left(\frac{x+2}{3}\right),\ x_0 = 1$ n = 4

2. Calcolare i seguenti limiti:

2.a $$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^2} - cos(\sqrt{2}x)}{x^3 sinx}$$

2.b $$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - sen^2x}{x^3(e^x - cosx)}$$

2.c $$\lim_{x\to 0} \frac{x^2(arcsenx - x)}{sin^3x - x^3}$$

2.d $$\lim_{x\to 0} \frac{log(1+x) - x}{\sqrt{cosx} - 1}$$

2.e $$\lim_{x\to 0} \frac{sinx - x - log(cosx)}{xsenx}$$

2.f $$\lim_{x\to +\infty} x^4\left(1 - cos\frac{2}{x} - x\log\left(1 + \frac{2}{x^3}\right) + \frac{3}{x^5}\right)$$

2.g $$\lim_{x\to 1} \frac{e^x - 4e^{\sqrt{x}} + 3e^{\sqrt[3]{x}}}{logx - x + 1}$$

2.h $$\lim_{x\to +\infty} 3x^2\log\left(1 + \frac{1}{x}\right) - 2x + (x^2 + x)\log\left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

Soluzioni

$(1.\mathrm{b})(-1/12)\mathrm{x}^4 + (7/360)\mathrm{x}^6$; $(1.\mathrm{c})\ (1/3)(\mathrm{x}-1) - (1/6)(\mathrm{x}-1)^2 + (7/81)(\mathrm{x}-1)^3 - (5/108)(\mathrm{x}-1)^4$; $(2.\mathrm{a})\ 1/3$; $(2.\mathrm{b})\ 1/3$; $(2.\mathrm{c}) - 1/3$; $(2.\mathrm{d})\ 2$; $(2.\mathrm{e})\ 1/2$; $(2.\mathrm{f})\ -(2/3)$; $(2.g) -\frac{2}{3}e$; $(2.h)\ sia\ \frac{1}{x} = t\ quindi\ t \to 0^+, si\ ha\ 3\frac{t - \frac{t^2}{2} + o(t^2)}{t^2} - \frac{2}{t} + \left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t}\right)\left(-t - \frac{t^2}{2} + o(t^2)\right) = -\frac{t}{2} - 3 + o(1) \xrightarrow{t\to o^+} -3$